MATHEMATIQUES APPLIQUEES

Simplification d'équations logiques

Méthode semi-graphique de KARNAUGH

2

1 – Rappel

La sortie S d'une table de vérité donne une équation logique qui peut être sujette à simplification. Pour se faire, on dispose de deux techniques : méthode algébrique, avec les propriétés algébriques (de Boole), méthode semi-graphique, à l'aide du tableau de KARNAUGH.

2 – Méthode

La méthode utilisée est semi-graphique ; elle permet de simplifier une équation logique à partir de sa table de vérité.

Il faut tout d'abord construire un tableau de KARNAUGH. Il comporte autant de variables mais aussi autant de combinaisons que sa table (2^n combinaisons). L'état logique des variables est ordonné selon le « **code GRAY** » (ou **binaire réfléchi**).

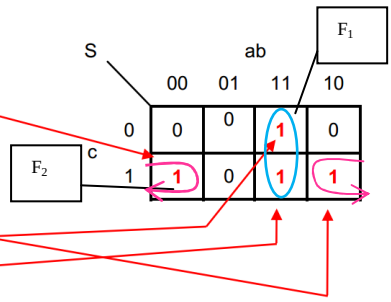
Cette méthode consiste à réaliser des **regroupements** de CASES ADJACENTES ne contenant que des « 1 » ou que des « 0 ». Les groupements de « 1 » permettent d'obtenir l'équation de S, les groupements de « 0 » permettent d'obtenir l'équation de $\overline{S}$.

Exemple : Equation obtenue à partir de la table de vérité ci-contre $S = a \cdot b + a \cdot \overline{b} \cdot c + \overline{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c$

Table de vérité

a	b	c	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Tableau de KARNAUGH

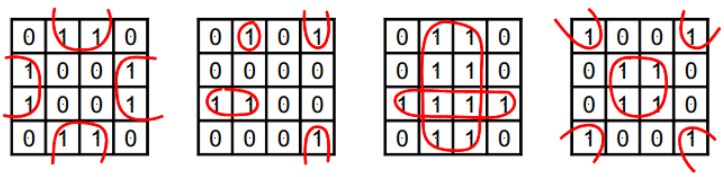


Après simplification, on obtient $S = F_1 + F_2 = a \cdot b + \overline{b} \cdot c$.

Règles :

- ☞ On regroupe les « 1 » qui se touchent.
- ☞ Le regroupement doit toujours contenir un nombre de cases multiple d'une puissance de 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32, …).
- ☞ On doit faire les plus gros regroupements possibles afin de simplifier au maximum l'équation.
- ☞ Le regroupement peut avoir lieu entre des cases qui sont aux extrémités du tableau.
- ☞ On écrit l'équation en **regardant les entrées qui ne varient pas** dans un regroupement et on en tire un élément de l'équation simplifiée.
- ☞ Si l'entrée qui ne varie pas reste à « 0 », elle se retrouve complémentée dans l'équation.
- ☞ Il y a autant de termes séparés par une fonction « **OU** » que de regroupements.

GROUPEMENTS POSSIBLES



GROUPEMENTS IMPOSSIBLES